



Facultad de Ingeniería Mecánica

**Título: Mejoramiento del diseño en el rotor del
molino de martillos DMSE-10**

Autor: Ing. Jesús González Crespo.

Tutores: Dr. Hernán Hernández Herrera
Dr. Rafael Antonio Goytisoló Espinosa

**Tesis en Opción del Grado de Master en
Mecánica Aplicada Mención
Diseño Mecánico.**

**Cienfuegos, Septiembre, 2008
“Año 50 de la Revolución”**

INTRODUCCIÓN

En la industria del pienso se labora sobre la base de materias primas de importación destacándose dos procesos fundamentales que determinan la calidad del producto final: molienda y mezcla. De estos dos procesos analizaremos con mayor profundidad el de molienda, el que por sus características operacionales resulta ser mucho más complejo y donde se presentan grandes dificultades a nivel nacional.

La molienda es la primera transformación de la materia prima y consiste en la reducción del tamaño medio de los alimentos sólidos producto de la aplicación de fuerzas de impacto en el interior del molino; ésta se realiza sobre la materia prima individual (premolienda) o sobre la fórmula dosificada (premezcla). Su costo energético puede suponer entre el 30-35% en la producción de pienso en gránulo y más del 50% para el pienso en harina.

A nivel mundial para la fabricación del pienso, los molinos de martillo son los más utilizados. Su principio de funcionamiento se basa en el mecanismo de impacto de los martillos sobre la materia prima, concentrando la fuerza de fragmentación en un solo punto produciendo partículas que se fracturan rápidamente hasta el límite, entre más rápida sea la fuerza de aplicación más rápido ocurre la fractura por el aumento de la energía cinética.

En el caso analizado la molienda se realiza mediante molinos de martillos horizontales DMSE-10, Figura 1, del mismo se analizará con mayor énfasis al conjunto del rotor, Figura 2, Anexo 1, el cual desarrolla un papel protagónico en este equipo. Este conjunto está compuesto por un árbol, 18 platillos, 19 separadores, 8 ejes portamartillos, 72 entredós, 76 martillos, 2 tuercas y una chaveta.



Figura 1: Cuerpo del molino



Figura 2: Conjunto rotor del molino

Problema científico:

Luego de un corto periodo de tiempo posterior al balanceo del conjunto rotor los platillos soporte de los ejes portamartillos se deforman plásticamente provocando la aparición de masas en desbalances las cuales traen consigo vibraciones, ruidos y agrietamientos en el equipo e incluso flexión del eje que en ocasiones conducen a la destrucción del equipo como se muestra en la Figura 3 y 4, cuando se presenta esta situación es necesario desarmar el equipo para volver a balancear el rotor lo que resulta una operación bastante difícil desde el punto de vista mecánico y costosa desde el punto de vista económico para la Empresa .

Para que el molino de martillos DMSE-10 trabaje establemente el conjunto del rotor debe estar correctamente balanceado y mantener este estado durante su funcionamiento, esto ocurre debido a la distribución no homogénea de las elevadas cargas que se generan en el interior del molino y a la poca rigidez de los platillos, originada por la gran diferencia de diámetro entre estos y los separadores que originan que se deformen plásticamente durante la explotación, desbalanceando el rotor.

Hipótesis:

Si se rediseña el conjunto formado por los platillos y los separadores, modificando el diámetro de estos últimos sin afectar sensiblemente el peso de los mismos, no se modificará la velocidad crítica de forma significativa, pero si aumentará la rigidez de los platillos elevándose sensiblemente la capacidad de soportar cargas sin que aparezcan deformaciones lo que limitará la posibilidad de deformación plástica en los platillos.

Para darle cumplimiento a la Hipótesis nos trazamos los objetivos enumerados a continuación:

1. Realizar una búsqueda bibliográfica, profundizando en la influencia de las vibraciones y la importancia de mantener la velocidad crítica en las máquinas rotatorias dentro de los parámetros requeridos.
2. Realizar una modelación de las cargas en el conjunto rotor del molino de martillos DMSE-10.

3. Diseñar un rotor que cumpla con los requerimientos mecánicos necesarios para dar solución al problema científico planteado.
4. Aplicar los cálculos por el Método de los Elementos Finitos y programas de diseño mecánico en la obtención de los resultados.



Figura 3: Eje flexado desde diferentes ángulos, para poder desarmar el conjunto fue necesario cortar por el segundo escalón, puede compararse con la figura 4.



Figura 4: Eje en buen estado técnico

CAPÍTULO I: VIBRACIONES MECÁNICAS, ANÁLISIS BIBLIOGRÁFICO SOBRE VELOCIDAD CRÍTICA Y SU COMPORTAMIENTO EN MÁQUINAS ROTATORIAS.

1.1- Análisis bibliográfico sobre las vibraciones mecánicas. Clasificación

A través de la historia, grandes matemáticos y físicos como Taylor, Bernoulli¹, D' Alembert², Lagrange, Fourier, Hooke³, Coulomb y Rayleigh⁴ estructuraron las bases de las vibraciones, elaborando importantes aportes que hicieron de este fenómeno toda una ciencia, tan es así que hoy en día se ha convertido en una de las más estudiadas y aplicadas en la industria.

Su estudio se ha convertido en algo esencial para la ingeniería mecánica debido a que el buen funcionamiento de la maquinaria está relacionado en muchos casos con su comportamiento vibratorio, por lo que es importante conocer la clasificación de las mismas ya que estas presentan un panorama de las diferentes situaciones que se observan en la práctica.

1.1.1- Vibración debida al desbalance:

El desbalance de la maquinaria es una de las causas más comunes en las vibraciones, siendo la causa principal en aproximadamente el 40% de los casos. Puede ser definido sobre la base de la no coincidencia del eje de rotación y el eje longitudinal principal de inercia del rotor. Este eje une todos los centros de gravedad de cada una de las infinitas secciones transversales que componen al rotor, que al no coincidir con el eje de rotación

¹ Daniel Bernoulli (1700-1782), científico suizo nacido en Holanda, promovió en Europa la aceptación de la nueva física del científico inglés Isaac Newton, murió el 17 de marzo de 1782 en Basilea.

² Jean le Rond d'Alembert (1717-1783), matemático, filósofo y enciclopedista francés. Su trabajo científico más importante, *Tratado de dinámica* (1743), marca una época en la ciencia de la mecánica.

³ Robert Hooke (1635-1703), científico inglés, conocido por su estudio de la elasticidad.

⁴ John William Strutt Rayleigh (1842-1919), matemático, físico y premio Nóbel británico, conocido por sus investigaciones de los fenómenos ondulatorios. Realizó importantes trabajos sobre la dinámica de la resonancia y las vibraciones.

podrán inducir 4 tipos de desbalances en virtud de los cuales habrá que decidir cómo balancear el rotor.

Desbalance estático: El eje longitudinal principal de inercia del rotor está desplazado paralelamente con respecto al eje de rotación.

Desbalance par: El eje longitudinal principal de inercia del rotor intercepta al eje de rotación en el centro de masa del propio rotor.

Desbalance casi estático: El eje longitudinal principal de inercia intercepta al eje de rotación en un punto arbitrario, o sea, un punto que no coincide con el centro de masas del propio rotor.

Desbalance dinámico: El eje longitudinal principal de inercia del rotor no intercepta al eje de rotación y tampoco es paralelo a éste, en otras palabras, el eje longitudinal principal de inercia del rotor cruza al eje de rotación del propio rotor.

1.1.2-Vibración debida a falta de alineamiento:

La falta de alineamiento, aún con acoplamientos flexibles, produce fuerzas tanto radiales como axiales que ocasionan vibraciones en ambos sentidos.

Los tres tipos básicos de falta de alineamiento en el acoplamiento son: angular, en paralelo y una combinación de ambos.

Una falta de alineamiento angular conduce a las máquinas a la vibración axial con una magnitud de frecuencia igual a la velocidad de rotación (rpm) del eje.

La falta de alineamiento en paralelo produce vibración radial con una frecuencia igual al doble de la velocidad de rotación del eje.

1.1.3-Vibración debida a la excentricidad:

La excentricidad⁵ es otra de las causas comunes de vibración en las máquinas, se manifiesta cuando la línea central del eje no es la misma que la línea central del rotor, el centro de rotación verdadero difiere de la línea central geométrica.

Es en realidad, una fuente común de desbalances, y se debe a un mayor peso de un lado del centro de rotación que del otro. Puede también crear fuerzas vibratorias. En esos casos las fuerzas son el resultado de fuerzas aerodinámicas e hidráulicas desiguales que actúan sobre el rotor.

1.1.4-Vibración producto a elementos rodantes defectuosos:

Defectos en las pistas, las bolas o los rodillos de los rodamientos ocasionan vibración de alta frecuencia. La amplitud de la vibración dependerá de la gravedad de la falla del rodamiento.

La vibración generada por el rodamiento normalmente no es transmitida a otros puntos de la máquina. Por lo tanto, el rodamiento defectuoso generalmente es el que se encuentra más cerca del punto donde ocurre el mayor nivel de vibración de este tipo.

1.1.5- Lubricación Inadecuada

Una inadecuada lubricación, incluyendo el déficit y el uso de lubricantes incorrectos, puede ocasionar problemas de vibración en un rodamiento de chumacera. En semejantes casos la lubricación inadecuada causa excesiva fricción entre el rodamiento estacionario y el eje rotante, lo que induce vibración en el rodamiento y en las demás piezas relacionadas. Este tipo de vibración se llama látigo seco.

1.1.6-Vibración debida al aflojamiento mecánico

Las diferentes formas de manifestarse las solturas mecánicas tienen lugar como resultado del deterioro de la condición de ensamblaje de los elementos mecánicos que han excedido las tolerancias de holgura o sencillamente se han aflojado debido a la dinámica de la operación de la máquina.

⁵ Excentricidad: Distancia entre el centro geométrico de una pieza y su centro de giro.

La vibración característica de un aflojamiento mecánico es generada por alguna otra fuerza de excitación, como un desbalance o una falta de alineamiento. Sin embargo, el aflojamiento mecánico empeora la situación, transformando cantidades relativamente pequeñas de desbalance o falta de alineamiento en amplitudes de vibración excesivamente altas. Corresponde por lo tanto decir que el aflojamiento mecánico permite que se den mayores vibraciones de las que ocurrirían de por sí, derivadas de otros problemas.

1.1.7-Vibración debida a fallas eléctricas.

Este tipo de vibración es normalmente el resultado de fuerzas magnéticas desiguales que actúan sobre el rotor o sobre el estator.

Las vibraciones ocasionadas por los problemas eléctricos responden generalmente a la cantidad de carga colocada en el motor. A medida que se modifica la carga, la amplitud de las lecturas de fase puede indicar cambios significativos. Esto explica por qué los motores eléctricos que han sido probados y balanceados sin carga muestran cambios drásticos de los niveles de vibración cuando son puestos en servicio bajo las condiciones reales de trabajo.

1.1.8-Vibración debida a la resonancia

Desde el punto de vista práctico, aunque los términos: frecuencia natural, resonancia y velocidad crítica no son sinónimos, se pueden usar para describir la misma idea.

La mayoría de los problemas de resonancia en máquinas correctamente diseñadas son el resultado de la resonancia de elementos no rotatorios tales como, pedestales, estructuras portantes, pisos, tuberías, vigas, columnas, cubiertas protectoras, etc.

En máquinas donde el número de alabes, discos o aspas produzca una frecuencia que excite resonancia en otros elementos, habrá que variar la velocidad de operación del motor, variar la masa o rigidez de los elementos resonantes para sacar al sistema de esta zona.

1.2-Vibraciones que mayor influencia presentan en el régimen de trabajo de los molinos DMSE-10.

Las vibraciones que en mayor medida afectan el buen trabajo de los molinos son:

- 1-Vibraciones debido al desbalance
- 2-Vibración producto a elementos rodantes defectuosos
- 3-Vibración producto a lubricación inadecuada
- 4- Vibración debida al aflojamiento mecánico

1.2.1-Vibración debida al desbalance: En los molinos de martillo DMSE-10 aparece este tipo de vibración producto al diseño de los elementos de impacto (martillos), los cuales presentan una elevada holgura tanto radial como axial con respecto a los ejes portamartillos y los platillos respectivamente. Además, por la forma irregular en que se introduce la materia prima se origina una distribución no uniforme de las cargas en el interior del equipo, que unido a la gran diferencia de diámetro existente entre los separadores y los platillos, generan grandes deformaciones y desplazamientos dando lugar a que se originen gran cantidad de masas en desbalance ocasionando la aparición de vibraciones y ruidos.

1.2.2-De elementos rodantes defectuosos: Producto al régimen de trabajo de estos equipos y a la gran cantidad de partículas en suspensión que se generan en el proceso de molienda, se hace difícil mantener a los rodamientos en buen estado técnico debido a la deficiente hermeticidad de los sellos, a la presencia de forma permanente de cargas cíclicas y a lo difícil que resulta mantener una adecuada y permanente lubricación sobre los elementos rodantes.

1.2.3-Lubricación inadecuada: Debido a la atmósfera contaminante de partículas sólidas, desprendimiento de calor y elevada humedad relativa, se considera que el sistema de lubricación empleado no es correcto producto a que la grasa se sustituye en estos rodamientos cada un número determinado de horas de trabajo, acumulándose en su interior partículas de polvo que actúan como un abrasivo en las pistas. Además los rodamientos SKF 2315K+H2315 solo se recomiendan, según la literatura, operar con grasa hasta 3400 rpm y con aceite hasta 4000 rpm, la velocidad de operación del molino

se encuentra en las 3570 rpm, por lo que la lubricación con grasa no cumple los requisitos para su empleo.

1.2.4-Vibración debida al aflojamiento mecánico: Las diferentes piezas que conforman el conjunto rotor se ensamblan sobre el árbol alineándose mediante tuercas con arandelas de seguridad. Las vibraciones producidas por otras causas originan aflojamientos de estas tuercas, y con mayor frecuencia incluso, las de los manguitos de fijación que traen consigo el incremento excesivo de las vibraciones provocando, en ocasiones, la destrucción.

1.3-Velocidad crítica, análisis bibliográfico y comportamiento en máquinas rotatorias.

Durante el funcionamiento de un árbol⁶, a causa de la presencia de las deformaciones y de las excentricidades lógicas existentes en los centros de masa de los elementos colocados sobre los mismos se originan vibraciones transversales. El cálculo de un árbol a las vibraciones transversales consiste en comprobar la posible condición de resonancia⁷, o sea, aquella condición en la cual la amplitud de las oscilaciones transversales se incrementa bruscamente y pueden alcanzar tales valores que conducen el árbol a la rotura.

La resonancia aparece a un número de r.p.m conocido como velocidad crítica, que no es más que aquella velocidad a la cual la frecuencia del cambio de las fuerzas exteriores coincide con las oscilaciones propias del sistema existentes en el árbol y las piezas colocadas sobre el mismo. La resonancia puede aparecer también cuando la frecuencia de los cambios de las fuerzas exteriores es múltiplo de la frecuencia de las oscilaciones propias del sistema.

1.3.1-Velocidad crítica de flexión.

Los ejes se pueden comportar como resortes elásticos a flexión, que están unidos a las masas de las piezas montadas en ellos. Al recibir el impulso de una fuerza, efectúan

⁶ **Arbol:** Barra fija o giratoria que en una máquina sirve para soportar piezas rotativas o para transmitir fuerza motriz de unos órganos a otros.

⁷ **Resonancia:** Fenómeno que se produce al coincidir la frecuencia propia de un sistema mecánico, eléctrico, etc., con la frecuencia de una excitación externa.

oscilaciones propias amortiguadas. En su giro, actúan impulsos de fuerza centrífuga, periódicos, consecuentes con el número de revoluciones, ya que el centro de gravedad de las masas giratorias no coincide exactamente con el punto de gravedad teórico, producto de las inevitables tolerancias de fabricación. Entonces, si la velocidad de servicio alcanza el valor de la frecuencia propia de oscilación del sistema de oscilación del eje, se produce la resonancia. Con una marcha irregular, el eje oscila cada vez más hasta llegar a su rotura. La velocidad de resonancia se llama velocidad crítica de flexión η_{crit} . Cuando la velocidad crítica de flexión η_{crit} sea más pequeña que el número de revoluciones n del servicio hay que procurar sobrepasar de prisa el punto peligroso, mediante un rápido arranque de las máquinas. Los ejes delgados y largos tienen una velocidad crítica de flexión baja, alcanzando mayor valor en los cortos y gruesos.

La velocidad crítica de flexión es independiente de la posición ulterior horizontal, vertical o inclinada del eje. Puesto que la masa propia del eje no interviene en el cálculo, la velocidad crítica de flexión calculada queda un poco por encima de la velocidad real. La diferencia aumenta en la proporción en que lo hace la flexión propia. Por eso, un sistema de eje debe dimensionarse de tal forma que su velocidad crítica calculada η_{crit} quede con suficiente seguridad por encima o por debajo del número de revoluciones de servicio n . Para los sistemas con ejes pesados cargados con elementos de máquinas ligeros, se obtienen valores más exactos de η_{crit} si se añaden las fuerzas debidas al peso propio de los tramos parciales como fuerzas aisladas en sus correspondientes puntos de gravedad. Pero esto tampoco es completamente exacto, ya que los tramos representan fuerzas debidas al peso del recorrido.

1.3.2-Velocidad crítica de torsión.

Un eje efectúa oscilaciones torsionales amortiguadas, (movimientos pendulares torsionales), junto con las masas que lleva montadas cuando es impulsado por un momento de giro. Si el eje recibe estos impulsos cuando ya está girando se produce también la resonancia con las oscilaciones torsionales cuando la velocidad de servicio coincide con la frecuencia propia del sistema oscilante. Esta velocidad crítica de torsión η_{crit} es tan peligrosa como la velocidad crítica de flexión. Sin embargo, los impulsos del momento de torsión se producen solamente en casos especiales.

1.4-Análisis bibliográfico y comportamiento en máquinas rotatorias

Realizando un análisis de la bibliografía consultada se observa que no todos los autores le prestan la atención que requiere el tema si se tiene en cuenta lo expuesto sobre el efecto de las vibraciones y los desastrosos daños que puede ocasionar un cálculo incorrecto de la velocidad crítica; por ejemplo autores tan prestigiosos como Shigley^[32] y Orlov^[30] no le dan tratamiento a este tema y sólo realizan análisis bastantes simples sobre vibraciones en el texto analizado, a pesar de ofrecer una metodología de diseño completa en otros aspectos para los cálculos de árboles y ejes. Otros autores como Faires^[14], Reshetov^[31] y Spotss^[33] hacen referencia en sus textos sólo al concepto de velocidad crítica y al efecto destructivo que puede ocasionar sobre el árbol, no se refieren al rango no peligroso con respecto a la velocidad de operación del árbol donde se puede encontrar la velocidad crítica, ni a los métodos que deben emplearse para aumentarla o disminuirla, con independencia de que para un árbol de varios discos la metodología que se plantea resultaría bastante engorrosa e inexacta para los cálculos de diseño, pues analizan el árbol para un disco y generalizan las ecuaciones para un caso múltiple brindando las siguientes ecuaciones :

Faires^[14] y Reshetov^[31]:

$$\eta_{critica} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g(w_1 y_1 + \dots + w_n y_n)}{w_1 y_1^2 + \dots + w_n y_n^2}} \text{ ciclos /seg}$$

$$\text{Spotss}^{[26]}: \eta_{critica} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g(w_1 y_1 + \dots + w_n y_n)}{w_1 y_1^2 + \dots + w_n y_n^2}} \text{ r.p.m}$$

W- representa los pesos de los cuerpos en rotación.

Y- las deflexiones estáticas de los pesos.

g-la constante gravitacional igual a 386 in/seg².

Si se analiza el texto de Dobrovolski^[12] se aprecia que realiza un análisis un poco más detallado desde el punto de vista teórico al incluir las consideraciones realizadas por los autores anteriores; establece además que la zona de revoluciones desde 0,7 η_{crit} hasta 1,3 η_{crit} no debe aprovecharse ya que es una zona de trabajo peligrosa. Ofrece algunos consejos técnicos al diseñador y algunas diferencias entre los árboles rígidos y los

flexibles. Analíticamente las expresiones fundamentales, como se puede observar, son más escuetas incluso que las anteriores :

$$\eta_{critica} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{kg}{G}} \approx 300 \sqrt{\frac{k}{G}} \approx 300 \sqrt{\frac{1}{f}}$$

Donde:

k: es la rigidez a la flexión de dicho árbol, o sea, la fuerza que provoca una deflexión “y” igual a la unidad.

g: la constante gravitacional igual a 981cm/seg².

G: el peso de la pieza asentada sobre el árbol

f: el pandeo estático del árbol por el peso de la fuerza asentada sobre él.

Los autores que más profundamente abordan el tema son Birger^[8] y Timoshenko-Young^[34], de los cuales se puede realizar el siguiente análisis:

Birger^[8]: Realiza un análisis en todos los aspectos más detallado sobre el tema en el que de forma explícita, nos muestra cómo ocurre el proceso en toda su magnitud, siendo de esta forma más asequible al diseñador, los autores anteriores solo tienen en cuenta el efecto que provoca la fuerza centrífuga sobre la velocidad crítica, analizan ecuaciones para soportes rígidos y flexibles, se toman en cuenta los efectos que provocan los momentos de las fuerzas de inercia⁸ ocasionados por los movimientos angulares de los ejes de las masas rotatorias, a este efecto se le denomina efecto giroscópico.

Este será el método teórico y de cálculo que se utilizará en el análisis de la velocidad crítica del árbol en este trabajo.

⁸ **Inercia:** Propiedad de los cuerpos de no modificar su estado de reposo o movimiento si no es por la acción de una fuerza.

Este autor plantea que, si sobre un árbol se encuentra colocado un disco de peso G en posición simétrica con relación a los apoyos, con el centro de masa desplazado en relación al eje geométrico una magnitud e , durante el giro aparecerá una fuerza centrífuga inicial debido a la excentricidad existente, cuya magnitud es:

$$C_o = m \omega^2 e \quad (1.4)$$

Bajo la acción de estas fuerzas (sin considerar la acción del peso propio) el árbol se pandeará una magnitud “ y ” lo que a su vez aumentará el valor de la fuerza centrífuga hasta una magnitud:

$$C = m \omega^2 (y + e) \quad (1.5)$$

La magnitud de la flecha “ y ” originada por una fuerza de magnitud C dispuesta simétricamente entre los dos apoyos será igual a:

$$y = C \frac{l^3}{48EI} \quad (1.6)$$

Donde la fuerza C requerida para provocar una deflexión en el árbol de magnitud “ y ” será:

$$C = 48 \frac{EI}{l^3} \quad (1.7)$$

$$y = k * y \quad (1.8)$$

Donde:

K : es la rigidez a la flexión de dicho árbol, a sea, la fuerza que provoca una deflexión “ y ” igual a la unidad.

El proceso ocurrirá de la siguiente forma: La fuerza centrífuga inicial C_0 , originará una flecha en el árbol de magnitud y_1 y esta a su vez originará una fuerza centrífuga de magnitud:

$$C_1 = m w^2 (y_1 + e) \quad (1.9)$$

La fuerza $C_1 > C_0$ originará entonces una flecha y_2 y esta aumentará la fuerza centrífuga hasta un valor:

$$C_2 = m w^2 (y_2 + e) \quad (1.10)$$

y así sucesivamente hasta que se alcance la flecha de equilibrio y_{eq} , para la cual se cumplirá que la fuerza centrífuga originada por esta flecha:

$$C_{eq} = m w^2 (y_{eq} + e) \quad (1.11)$$

será igual a la fuerza requerida para provocar una flecha de magnitud y_{eq} .

$$C_{eq} = k * y_{eq} \quad (1.12)$$

igualando ambas expresiones y despejando y_{eq}

$$y_{eq} = \frac{e}{\frac{k}{mw^2} - 1} \quad (1.13)$$

En la medida que aumenta la velocidad angular w_1 crece la magnitud del pandeo para el cual se produce el equilibrio y si la velocidad angular alcanza el valor

$W_{critica} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ resulta que $y \rightarrow \infty$, o sea que a una velocidad angular de esta magnitud el

árbol debe fallar, esta velocidad se conoce como velocidad crítica. Por tanto:

$$W_{critica} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.14)$$

$$W_{critica} = \frac{\pi \eta_{critica}}{30}$$

puesto que
árbol será:

r / s, entonces el número crítico de r.p.m del

$$\eta_{critica} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{kg}{G}} \approx 300 \sqrt{\frac{k}{G}} \quad (1.15)$$

y como $g = 981 \text{ cm} / \text{s}^2$ y $f = \frac{G}{k} [\text{cm}]$, es el pandeo estático del árbol bajo la acción del peso propio G de la pieza colocada sobre el árbol, se tiene que:

$$\eta_{critica} \cong 300 \sqrt{\frac{1}{f}} \text{ r} / \text{min} \quad (1.16)$$

Esta conclusión es válida si se tienen en cuenta el pandeo del árbol por el peso propio del sistema.

La aproximación del número de r.p.m del árbol al valor crítico se manifiesta con el incremento de la vibración transversal del árbol. Las zonas de las velocidades de giro $0,7 \eta_{critica} \leq \eta \leq 1,3 \eta_{critica}$ no debe utilizarse porque la probabilidad de rotura del árbol es demasiado alta a causa de las distintas resistencias que surgen durante las vibraciones (rozamiento interno, rozamiento en los cojinetes, influencia del medio exterior, etc.), el incremento de las deformaciones en el árbol no es instantáneo y si se pasa rápidamente por esta velocidad el giro del árbol resulta nuevamente estable.

Los árboles que trabajan a velocidades de giro mayores que la crítica, usualmente

$$\eta \geq (2 \div 3) \eta_{critica}, \quad \text{se llaman flexibles, o sea si } W \rightarrow \alpha \text{ y } \rightarrow e.$$

El paso por la zona de velocidades críticas se debe hacer rápido para evitar un incremento peligroso de las deformaciones y en estos casos es aconsejable incluso el empleo de un sistema de amortiguadores⁹ especiales de las oscilaciones.

De este modo el peligro de la resonancia en los árboles se puede hacer por dos vías:

1-Utilizando árboles rígidos, para los cuales $\eta \ll \eta_{critica}$

2-Utilizando árboles flexibles finos con velocidad crítica baja, que se pandean libremente bajo la acción de la fuerza centrífuga y que adquieren el equilibrio elástico cuando $\eta > \eta_{critica}$.

⁹ **Amortiguadores:** Dispositivo que sirve para compensar y disminuir el efecto de choques, sacudidas o movimientos bruscos en aparatos mecánicos.

A muy grandes velocidades de giro, por ejemplo en las centrífugas con $\eta = 20000 \div 40000$, el empleo de árboles flexibles es la única solución posible, además su construcción se hace más barata y sencilla.

De la expresión se concluye también que en la medida que aumente e , la inflexión del árbol aumenta y las zonas de las velocidades peligrosas del árbol se hace más amplia, de aquí que el balanceo dinámico del árbol junto con todas las piezas que van a estar colocadas sobre él, es un aspecto imprescindible en aquellos árboles de marcha rápida.

Además para facilitar los cálculos en árboles con un gran número de discos nos facilita mediante un método analítico compuesto por un determinado número de ecuaciones dividir el árbol en tantas secciones como consideremos necesarias, esta división debe realizarse en las partes donde se considera la carga uniformemente distribuida y la rigidez constante con vista a acercar lo más posible a la realidad los resultados que se obtienen; estas ecuaciones son:

1-Número de la sección

$$2- \frac{1}{2} \Delta x_i = \frac{x_{(i+1)} - x_{(i)}}{2}$$

3-La masa (masa / unidad de long) del tramo

$$m_i = \frac{\gamma_{ac} \frac{\pi}{4} (D_e^2 - d_i^2) \Delta x}{g \Delta x \cdot 10^3}$$

4-Se sitúa la rigidez del árbol en la sección i de acuerdo con el ϕ de la sección, o sea, el producto $EI_{(x)i}$, donde E es el módulo de elasticidad del material del árbol en kg f/cm^2 e I en cm^4 .

$$I_x = 0.05 d_l^4 (1 - C_i^4)$$

5-La flecha en la sección i de acuerdo a la suposición inicial elegida, en el caso analizado

$$y_0(x) = \frac{4x(l-x)}{l^2}$$

6-El producto de la columna 3 por la 5.

$$7\text{-El producto } [6i + 6_{(i+1)}] \frac{1}{2} \Delta x_i = 7_i$$

8-Es la solución numérica de la integral por la regla de los trapecios. Para $i=0$, la integral $8i=0$ y para $i \geq 1$ en adelante $[7(i-1) + 8(i-1)] = 8i$.

$$9- \quad [8i + 8(i + 1)] \cdot \frac{1}{2} \Delta x_i = 9i$$

$$10- \text{ para } i = 0, 10_i = 0 \text{ y para } i \geq 1, 10_i = [9(i - 1) + 10(i - 1)]$$

$$11- \quad \frac{x_i}{l} \cdot 10(15) = 11i$$

$$12- \quad [10i - 11i] = 12i$$

$$13- \quad \frac{12i}{4i} = 13i$$

$$14- \quad [13i + 13(i + 1)] \cdot \frac{1}{2} \Delta x_i$$

$$15- \text{ Para } i=0, 15_i=0 \text{ y para } i \geq 1, 15_i = [16(i - 1) + 17((i - 1)]$$

$$16- \quad [15i + 15(i + 1)] \cdot \frac{1}{2} \Delta x_i$$

$$17- \text{ Para } i=0, 17_i=0 \text{ y para } i \geq 1, 17_i = [16(i - 1) + 17(i - 1)]$$

$$18- 18_i = - \left(\frac{x_i}{l} \cdot 17_{(15)} \right)$$

$$19- K_{y(0)} = 18_i + 17_i$$

La primera aproximación de la velocidad crítica:

$$w_{1crit} = \sqrt{\frac{y_o(x)_{\max}}{k y_{(0)}}}$$

Para la comprobación se realiza en aquella sección donde la flecha es máxima;

$$n = 30 \frac{w_{crit}}{\pi}$$

$$y_1(x) = \frac{k y(0) i}{k y(0)_{\max}}$$

Y se repite todo el proceso con los valores de $y_1(x)$ en lugar de $y_0(x)$ para una segunda aproximación. El resultado final no depende de la aproximación inicial elegida.

S. Timoshenko y D.H.Young^[34]: Estos autores realizan un análisis teórico similar al realizado por Birger^[8], solo se muestran mas incompletos desde el punto de vista analítico al no desarrollar una metodología de cálculo tan detallada para el caso de un rotor con varios discos.

1.5-Conclusiones del Capítulo I

1- De los tipos de vibraciones analizadas las que mayor influencia presentan en el régimen de trabajo de los molinos son DMSE-10 son: Vibraciones debido al desbalance, Vibración producto a elementos rodantes defectuosos, Vibración producto a lubricación Inadecuada y Vibración debida al aflojamiento mecánico.

2-De la revisión bibliográfica efectuada se puede concluir que el texto de S. Timoshenko y D.H.Young^[34] realiza un análisis mucho más completo de este tema que los demás autores, no obstante se utiliza el método empleado por Birger^[8] porque desde el punto de vista analítico plantea una metodología de cálculo mucho más elaborada para el caso de un rotor con varios discos.

3-En los cálculos de diseño de velocidad crítica se debe realizar una unificación de los diferentes criterios de los autores que le dan tratamiento a este tema en sus textos con el objetivo de mejorar la fiabilidad de los mismos.

2.2-Cálculo de las reacciones en el conjunto rotor.

Para realizar los cálculos en el conjunto rotor se tendrá en cuenta el esquema de análisis mostrado en la Figura 2.2 y se asumirá como el punto más crítico el más alejado del centro de rotación por ser donde mayor desgaste se observa en los martillos y en el se realizarán los cálculos iniciales, posteriormente se evaluará en Microsoft Excel las resultantes de todas las cargas a lo largo de toda la superficie con el objetivo de verificar lo supuesto.

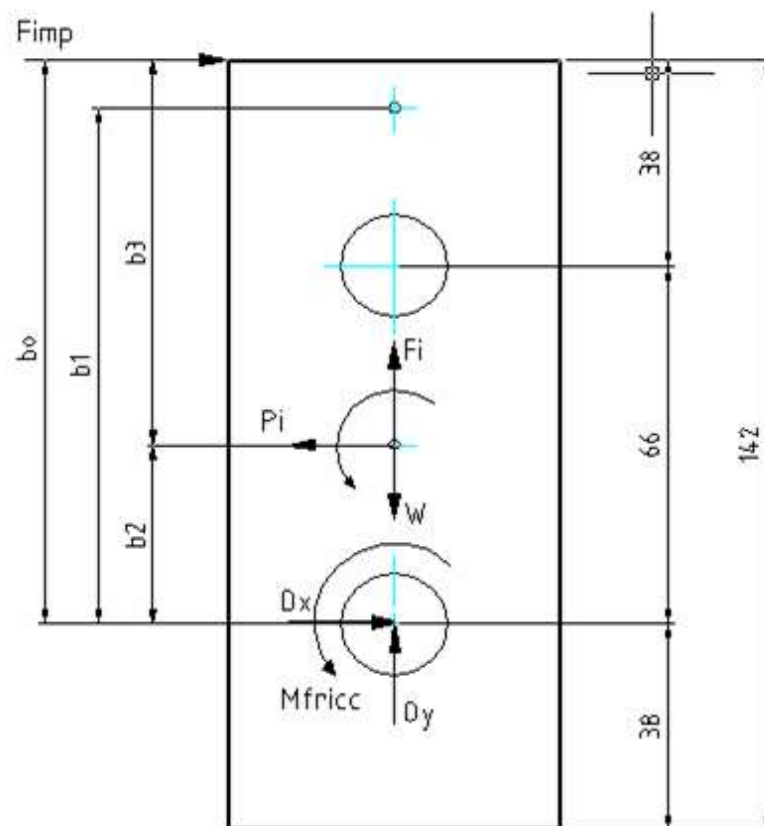


Figura 2.2 Esquema de análisis de las reacciones, teniendo en cuenta las cargas actuantes

2.2.1-Ubicación del centro de percusión respecto al punto O.

$$b_1 = b_2 + \frac{kg^2}{b_2}$$

$$b_1 = 33 + \frac{(45.27)^2}{33}$$

$$b_1 = 94.81 \text{ mm}$$

kg- Radio de giro respecto al eje z en el centro de masa (calculado por el Mechanical Desktop 6)
 $= 45.27 \text{ Kg/mm}^2$

2.2.2- Cálculo de la potencia real que consume el molino.

Debe tenerse en cuenta que el molino tiene un motor de 110Kw, 3570rpm, eficiencia de 0.88, 440v y una corriente nominal de 170 A, el que opera a regímenes controlados de trabajo mediante alimentadores que regulan la carga con variadores de frecuencia. La corriente de trabajo de estos equipos está fijada en 140 A.

$$N=1,78*U*I*\eta$$

$$N=1,78*440v*150^a*0.88$$

$$N=100,48kw$$

N-Potencia de trabajo del motor

n-Velocidad de giro del motor

U-Voltaje de línea

I-Corriente de línea

η -Eficiencia

2.2.3-Cálculo del momento en el árbol en condiciones de carga estática.

$$Mest=9550*N/n$$

$$Mest=9550*100,48kw/3570rpm$$

$$Mest=268,79Nm$$

Mest-Momento estático

2.2.4-Cálculo de la fuerza en condiciones de carga estática.

$$Fest=Mest/b_o$$

$$Fest=268,79Nm/(0,104+0,195)m$$

$$Fest=898,96\text{ N}$$

La fuerza estática debe ser dividida entre todos los elementos (martillos) que intervienen en el impacto en un mismo instante, cada eje contiene 19 martillos, los que mayor desgaste sufren son la 4 hileras centrales, por lo que el cálculo de la fuerza de impacto debe realizarse para éstas.

$$Fest/4=224,7\text{ N}$$

2.2.5-Cálculo de la fuerza de impacto.

Según Reshetov^[31] para el caso de acoplamientos con grandes masas rotatorias y cargas de choque como son: molinos, laminadores, etc.

$$k_{din} = 2.5 \text{ a } 3 \text{ y más}$$

Teniendo en cuenta la irregularidad de las cargas y la presencia de cuerpos extraños durante la explotación de los molinos y el valor de K_{din} calculado para un molino de plástico según Goytisoló^[21,22], con grandes similitudes con el del objeto de estudio, donde se obtuvo como valor 5,5 en condiciones favorables de carga, asumiendo un valor de 5 para trabajar los cálculos sobre la zona segura.

$$F_{imp} = F_{est} * K_{din}$$

F_{est} -Fuerza estática

$$F_{imp} = 224,7 * 5$$

K_{din} -Coeficiente de carga dinámica

$$F_{imp} = 1123,5 \text{ N}$$

2.3-Cálculo de la aceleración normal.

$$a_n = V^2 / R$$

V -Velocidad lineal, m/seg

$$a_n = (w * R)^2 / R$$

R -Distancia desde el centro de rotación del

$$a_n = (3.14 * n / 30) * (0,104 + 0,195)$$

árbol hasta el punto exterior del martillo

$$a_n = 41746,9 \text{ m/seg}^2$$

donde se ubica la fuerza de impacto (m)

w -Velocidad angular, rad/seg

2.3.1-Cálculo de la fuerza de inercia originada por la aceleración normal.

$$F_i = m * a_n$$

F_i -Fuerza de inercia, N

$$F_i = 0,31 * a_n$$

m -Masa del martillo, Kg

$$F_i = 12941,5 \text{ N}$$

a_n -Aceleración normal, m/seg^2

2.4-Cálculo del momento originado por la fuerza de impacto en el apoyo.

$$M_t = F_{imp} * b_o$$

$$M_t = 1123,5 \text{ N} * 0,104 \text{ m}$$

$$M_t = 116,8 \text{ Nm}$$

2.4.1-Cálculo de la aceleración angular.

$$\text{Alfa} = \text{Mt} / \text{Io}$$

$$\text{Alfa} = 116,8 \text{ Nm} / 978,18 \text{ Kg/mm}^2$$

$$\text{Alfa} = 11,95 * 10^4 \text{ rad/seg}^2$$

Io-Momento de inercia respecto al eje z

en el punto O(calculado por el Mechanical

Desktop)=978,18Kg/mm²

2.4.2-Cálculo de la aceleración tangencial.

$$\text{at} = \text{Alfa} * b_3$$

$$\text{at} = 11,95 * 10^4 * 0,071$$

$$\text{at} = 8482,5 \text{ m/seg}^2$$

2.4.3-Cálculo de la fuerza de inercia Pi originada por la aceleración tangencial.

$$\text{Pi} = m * \text{at}$$

$$\text{Pi} = 0,31 \text{ Kg} * 8482,5 \text{ m/seg}^2$$

$$\text{Pi} = 2629,6 \text{ N}$$

2.4.4-Cálculo del momento de inercia respecto al centro de masa provocado por la aceleración angular.

$$\text{Mi} = \text{Icm} * \text{Alfa}$$

$$\text{Mi} = 637,81 * 10^6 * \text{Kg/mm}^2 * 11,95 * 10^4 \text{ rad/seg}^2$$

$$\text{Mi} = 76 * 10^{12} \text{ Nm}$$

Icm-Momento respecto al eje z

en el centro de masa(calculado

por el Mechanical Desktop) =

637,81Kg/mm²

2.5-Cálculo de la fuerza peso del martillo.

$$\text{W} = m * g$$

$$\text{W} = 0,31 \text{ m} * 10 \text{ m/seg}^2$$

$$\text{W} = 3,1 \text{ N}$$

g-Aceleración de la gravedad, m/seg²

2.6-Cálculo de las reacciones resultantes en el apoyo.

$$\uparrow \Sigma F_y = F_i - W + O_y = 0$$

$$\downarrow O_y = 12941,5\text{N} - 3,1\text{N} = 12938,4\text{N}$$

$$\Sigma F_x = F_{imp} - P_i + O_x = 0$$

$$\overrightarrow{O_x} = 1123,5\text{N} - 2629,6\text{N} = 1506,1\text{N}$$

$$O_R = \text{Raiz}(O_x^2 + O_y^2)$$

$$O_R = \text{Raiz}(1506,1^2 + 12938,4^2)$$

$$\swarrow O_R = 13025,76\text{N}$$

2.7-Cálculo del momento de fricción en el pasador.

$$M_{fricc} = O_R * \mu * d / 2$$

$$\mu - \text{Coeficiente de fricción} = 0,2$$

$$M_{fricc} = 13025,76\text{N} * 0,2 * 0,0095\text{m}$$

$$d - \text{Diámetro del pasador}$$

$$M_{fricc} = 24,74 \text{ Nm}$$

2.8-Cálculo de las reacciones resultantes.

Los valores de las reacciones resultantes a lo largo de toda la superficie del martillo se obtienen en la Tabla 2.1, de ellos se toma el más crítico para el cálculo de las tensiones y los desplazamientos. En este caso los valores señalizados en la tabla coinciden con la suposición inicial.

Tabla 2.1 valores de las fuerzas resultantes en el pasador.

Esfuerzos y constantes			
b2	33	mm	Distancia desde el centro del pasador al centro de masa
kg	45,27	kg/mm2	Radio de giro
b3	71	mm	Distancia desde el cma la superficie exterior estrecha del martillo
bo	94,81	mm	Distancia desde el centro del pasador al centro de percusion
Fi	4501,41	N	Fuerza de inercia producida por la aceleracion normal
Io	978,18	kg/mm2	Momento de inercia respecto al eje portamartillos
Pi	0	N	Se asume cero por se despreciable en los calculos
Mfricc	12,08	N	Momento de friccion en el pasador
Mi	304,23	Nm	Momento de inercia respecto al centro de masa
Fimp		N	Fimpac(variable a emplear en obtener en los calculos depende de bo)
OR		N	OR en pasador(variable a emplear en los calculos, depende de bo)
Ox		N	Rx del pasador(variable a emplear en los calculos, depende de bo)
Oy	4498,31	N	Ry del pasador(variable a emplear en los calculos depende, de bo)
Kdin	5		Coefficiente de carga dinamica asumido
Mest	268,79	Nm	Momento calculado con la fuerza estatica
N	100,48	KW	Potencia estatica
Festatic		N	Variable que depende de bo
mm	0,31	kg	Masa del martillo
an		rad/s2	Aceleracion normal
Mt		Nm	Momento (variable) originado por la fuerza de impacto en el pasador
Alfa			Aceleracion angular (variable)
at			Aceleracion tangencial(variable)
W	3,1	N	Fuerza peso

bo	bo	Fimp	Festatic	Fi	an	Mt	Pi	Ox	Oy	OR	Mfricc
0,228	0,033	1473,63	294,73	9868,47	4607,52	48,63	1094,42	-379,21	9865,37	9872,65	18,76
0,231	0,036	1454,49	290,90	9998,32	5026,38	52,36	1178,41	-276,09	9995,22	9999,03	19,00
0,234	0,039	1435,84	287,17	10128,17	5445,25	56,00	1260,24	-175,60	10125,07	10126,59	19,24
0,237	0,042	1417,67	283,53	10258,01	5864,12	59,54	1340,00	-77,67	10254,91	10255,21	19,48
0,240	0,045	1399,95	279,99	10387,86	6282,98	63,00	1417,77	17,82	10384,76	10384,78	19,73
0,243	0,048	1382,66	276,53	10517,71	6701,85	66,37	1493,62	110,95	10514,61	10515,20	19,98
0,246	0,051	1365,80	273,16	10647,56	7120,71	69,66	1567,61	201,81	10644,46	10646,37	20,23
0,249	0,054	1349,35	269,87	10777,41	7539,58	72,86	1639,83	290,48	10774,31	10778,22	20,48
0,252	0,057	1333,28	266,66	10907,25	7958,44	76,00	1710,32	377,04	10904,15	10910,67	20,73
0,255	0,060	1317,60	263,52	11037,10	8377,31	79,06	1779,16	461,56	11034,00	11043,65	20,98
0,258	0,063	1302,28	260,46	11166,95	8796,17	82,04	1846,40	544,12	11163,85	11177,10	21,24
0,261	0,066	1287,31	257,46	11296,80	9215,04	84,96	1912,09	624,78	11293,70	11310,97	21,49
0,264	0,069	1272,68	254,54	11426,65	9633,90	87,81	1976,28	703,60	11423,55	11445,20	21,75
0,267	0,072	1258,38	251,68	11556,50	10052,77	90,60	2039,04	780,66	11553,40	11579,74	22,00
0,270	0,075	1244,40	248,88	11686,34	10471,63	93,33	2100,40	856,00	11683,24	11714,56	22,26
0,273	0,078	1230,72	246,14	11816,19	10890,50	96,00	2160,41	929,69	11813,09	11849,62	22,51
0,276	0,081	1217,35	243,47	11946,04	11309,37	98,61	2219,12	1001,77	11942,94	11984,88	22,77
0,279	0,084	1204,26	240,85	12075,89	11728,23	101,16	2276,56	1072,31	12072,79	12120,32	23,03
0,282	0,087	1191,45	238,29	12205,74	12147,10	103,66	2332,78	1141,34	12202,64	12255,90	23,29
0,285	0,090	1178,90	235,78	12335,59	12565,96	106,10	2387,82	1208,92	12332,49	12391,60	23,54
0,288	0,093	1166,62	233,32	12465,43	12984,83	108,50	2441,71	1275,09	12462,33	12527,39	23,80
0,290	0,095	1159,38	231,88	12543,34	13236,15	109,91	2473,51	1314,14	12540,24	12608,91	23,96
0,291	0,096	1154,60	230,92	12595,28	13403,69	110,84	2494,49	1339,90	12592,18	12663,27	24,06
0,294	0,099	1142,81	228,56	12725,13	13822,56	113,14	2546,20	1403,38	12722,03	12799,20	24,32
0,297	0,102	1131,27	226,25	12854,98	14241,42	115,39	2596,86	1465,59	12851,88	12935,17	24,58
0,299	0,104	1123,70	224,74	12941,54	14520,67	116,87	2630,06	1506,36	12938,44	13025,84	24,75

2.9-Fuerza de impacto en el eje z

Debido a la presencia de holguras radiales y axiales en los martillos con respecto a los ejes portamartillos y los platillos respectivamente se puede producir una fuerza de impacto en el eje z sobre toda la superficie lateral del martillo que puede variar desde una resultante de las componentes de las reacciones en el apoyo O hasta una magnitud muy superior a la fuerza de impacto calculada por la carga estática por ser el área de contacto 12 veces superior. En este trabajo para los cálculos se tomó un valor igual a la fuerza de impacto para trabajar con un elevado factor de seguridad.

2.10-Conclusiones del Capítulo II

1- Los cálculos realizados sobre velocidad crítica según la Metodología de Birger^[8] indican que la velocidad de operación del rotor¹⁰ se encuentra dentro de los parámetros establecidos de diseño, por lo que se puede concluir que éste no es un factor que influye de forma negativa en la aparición del estado de vibraciones en el molino. Entonces podemos suponer, sin aún tener los resultados de los análisis de las deformaciones y desplazamientos que, el alabeo ¹¹que se observa en los platillos se produce bajo la acción de las cargas de trabajo y tiene una incidencia directa sobre la aparición del estado inestable en el equipo.

¹⁰ **rotor**. m. *Fís.* Parte giratoria de una máquina eléctrica o de una turbina.

¹¹ **alabeo**. (De *alabear*). m. Comba de cualquier cuerpo o superficie para compensar el efecto de la fuerza centrífuga durante un viraje.

CAPÍTULO III: CÁLCULO DE LAS TENSIONES Y DESPLAZAMIENTOS MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS, REDISEÑO DE LOS SEPARADORES Y CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA PARA EL NUEVO ROTOR.

3.1-Programas utilizados en el cálculo de las tensiones y desplazamientos por el método de los elementos finitos.

Para el Empleo del Método de los Elementos Finitos se realizará una combinación de dos programas que resultan compatibles entre sí, pudiéndose exportar de uno a otro, el Mechanical Desktop 6.0 y el Cosmos Design Star 4.0, el primero, para la modelación por ser más preciso y el segundo para los cálculos, por la misma causa.

3.1.1-Modelación en Mechanical Desktop 6.0

La modelación se realizará con las dimensiones exactas de la pieza y con las restricciones y holguras reales de los ensambles, tomando como patrón los elementos que reciben las reacciones de la cargas, según se muestra en la Figura 3.1.

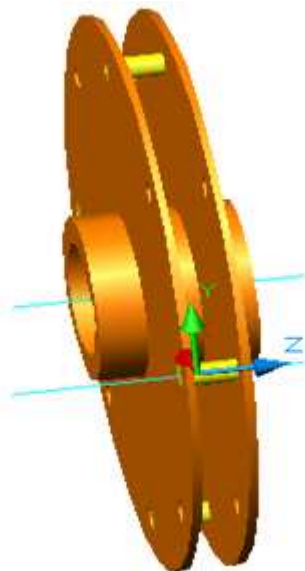


Figura 3.1: Elementos sobre los cuales actúan las cargas

3.1.2- Cálculos en el Cosmos Design Star 4.0

Una vez dibujados los elementos que conforman la unión se exporta con la extensión adecuada (step) al Cosmos Design Star 4.0. Para el análisis se toma el material (AISI 1020) con las siguientes propiedades.

Property	Description	Value	Units	Temp. C.
EX	Elasticity modulus (1st di	29012513	psi	
NUXY	Poisson's ratio in XY dir	0.29	NA	
GXY	Shear modulus in XY dir	11169817	psi	
DENS	Mass Density	0.28540566	lb/in^3	
SIGXT	Tensile strength (X dir)	60999.824	psi	
SIGXC	Compressive strength (X		psi	
SIGYLD	Yield stress	50999.791	psi	
ALPX	Coeff. of thermal expans	8.3333333e-0	/Fahrenheit	
KX	Thermal conductivity (X-	0.000628613	BTU/(in.s.F)	
C	Specific heat	0.10033445	Btu/(lb.F)	

No se realiza un análisis metalográfico para definir el material ya que experimentalmente se ha determinado que coincide con las características de un acero de bajo contenido de carbono sin tratamiento térmico. No obstante, debido a que en el cálculo de las tensiones máximas sólo se necesitan los valores del módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson¹², estos datos son comunes para la mayoría de los aceros.

3.1.3- Definición del mallado

En la elaboración del mallado se selecciona el elemento tetraédrico parabólico el que brinda los mejores resultados al tener mayores posibilidades de generar la configuración del contorno debido a que presenta mayor cantidad de nodos y por ello se obtienen mejores resultados matemáticos Figura 3.2.

¹² Siméon Denis Poisson (1781-1840), físico matemático francés nacido en Pithiviers (Loiret). Se le conoce, sobre todo, por sus contribuciones teóricas a la electricidad y al magnetismo, aunque también publicó varias obras sobre otros temas, como el cálculo de variaciones, la geometría diferencial y la teoría de la probabilidad. La distribución de Poisson es un caso especial de la distribución binomial en estadística. Fue profesor de mecánica en la Sorbona y un miembro destacado de la sociedad científica francesa. Su primera memoria sobre la electricidad apareció en 1812; en ella adoptó el modelo de los dos fluidos de la electricidad. Mediante la función potencial de Lagrange intentó calcular matemáticamente la distribución de cargas eléctricas sobre la superficie de los conductores. Demostró en 1824 que estas formulaciones se podían aplicar exactamente igual al magnetismo. Fue injustamente acusado por sus contemporáneos de falta de originalidad. También se interesó por la teoría de la elasticidad; en astronomía trabajó fundamentalmente en la matemática del movimiento de la Luna.

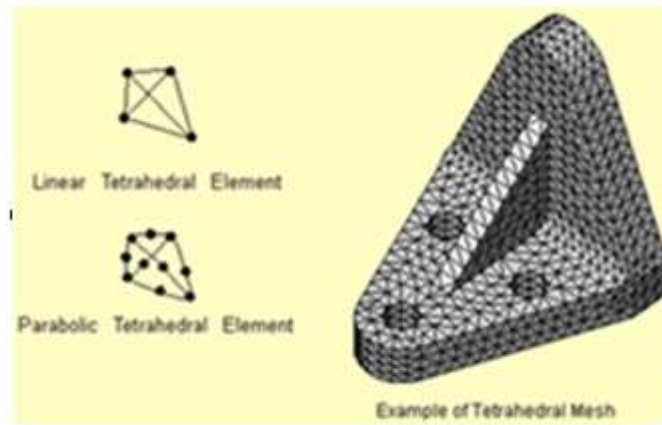


Figura 3.2: Tipo de elemento a utilizar en la modelación

Otro aspecto a tener en cuenta en la definición del mallado es que no debe ser demasiado grueso, puesto que los resultados no serían lo suficientemente precisos, en el caso específico de la presente investigación se realizaron al igual que en Hernández²⁴⁻²⁶ los cálculos para diferentes rangos para garantizar que los resultados no dependan del tamaño de la malla utilizada. Como se puede apreciar en la Figura 3.3 se utiliza un mayado fino para el cálculo final.



Figura 3.3: Mallado utilizado para realizar los cálculos

3.1.4-Colocación de las restricciones y reacciones

Para la representación de las reacciones y restricciones al movimiento se tienen en cuenta las condiciones de trabajo reales del molino, Figura 3.4.

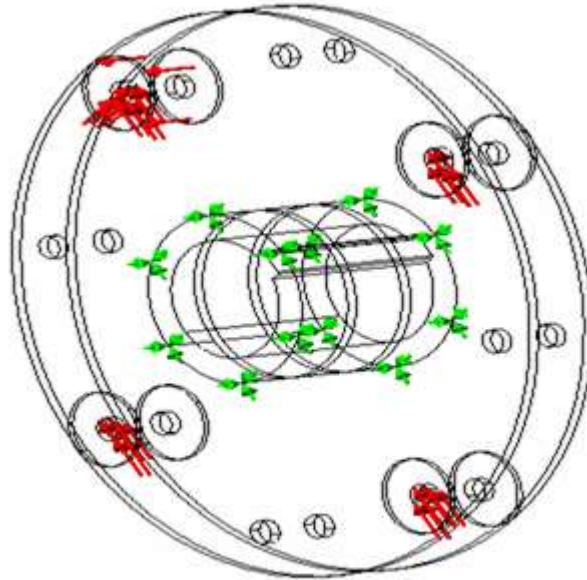


Figura 3.4: Reacciones y restricciones en los platillos

3.1.5- Cálculo de las tensiones locales y volumétricas

Obsérvese en la Figura 3.5 que las tensiones volumétricas son elevadas pues la tensión de fluencia para este material es de 240 MPa y alcanza valores hasta de 200.2 MPa.

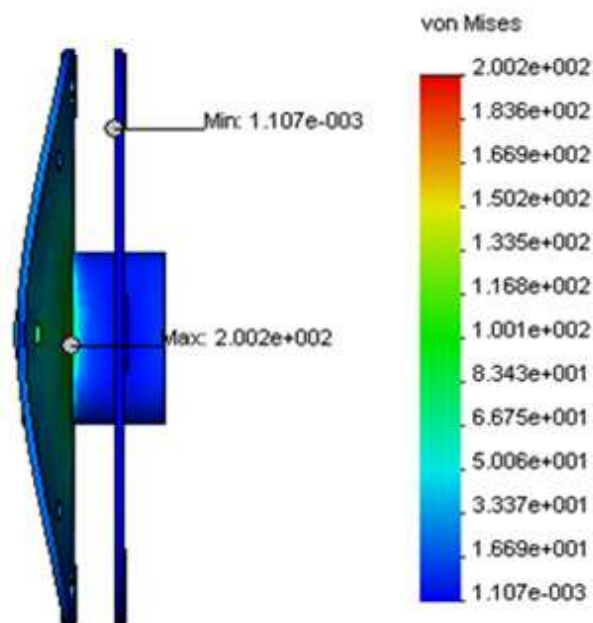


Figura 3.5: Tensiones, MPa, que actúan sobre los elementos del conjunto rotor para las cargas de trabajo, escala de las deformaciones 20:1

3.1.6-Desplazamientos obtenidos

Los desplazamientos que se obtienen según los cálculos Figura 3.6 se corroboran con lo real observado en el rotor del molino, Figura 3.7, 3.8, 3.9, 3.10, 3.11, 3.12, resultando necesario rediseñar los separadores con el objetivo de buscar rigidez en el platillo para disminuir las tensiones y desplazamientos.

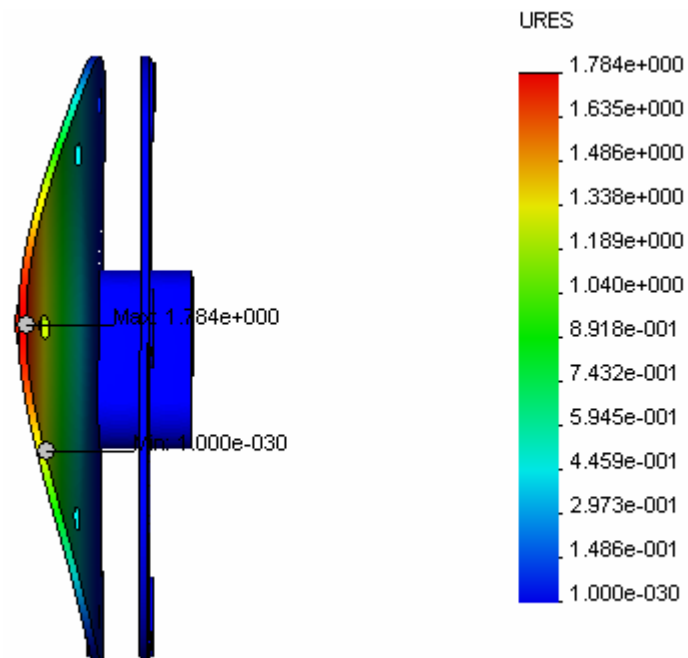


Figura 3.6: Desplazamientos bajo las cargas de trabajo, escala 30:1



Figura 3.7: Rotor en explotación 1



Figura 3.8: Rotor en explotación 2



Figura 3.9: Rotor en explotación 3



Figura 3.10: Rotor en explotación 4



Figura 3.11: Rotor en explotación 5



Figura 3.12: Rotor en explotación 6

3.3-Rediseño de los separadores

Para rediseñar los separadores es necesario garantizar un diámetro óptimo de forma tal que permita al martillo girar sus vértices libremente durante su explotación para lograr la eficiencia requerida y mantener la masa del mismo lo más cercana posible a la de diseño para no variar los valores de velocidad crítica.

3.3.1-Cálculo del diámetro y geometría óptima de los separadores

$D_{\text{máx}} = D_{\text{epm}} - 2 \cdot \text{raiz}(o g^2 + g r^2)$ D_{opt} -diámetro óptimo sin tener
 $D_{\text{máx}} = 390 - 2 \cdot \text{raiz}(38^2 + 30^2)$ en cuenta la masa
 $D_{\text{máx}} = 290.3 \text{ mm}$ $D_{\text{máx}}$ -diámetro entre centro de
los ejes portamartillos

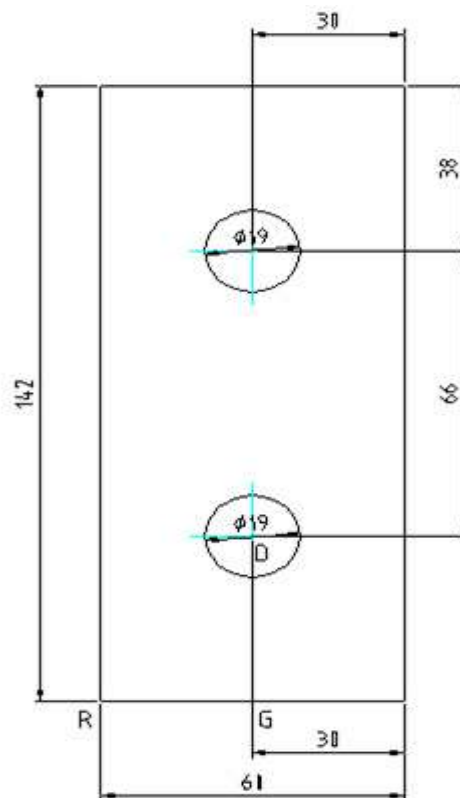


Figura 3.13: Geometría del martillo de molino

Para obtener la geometría óptima de los separadores teniendo en cuenta la masa se modela en el Mechanical Desktop 6.0 mediante variables, diferentes prototipos, ver Figura 3.14, 3.15.

Design Variables

Active Part | Global

T	D	U	Name	Value	Equation	Comment
			dep	290	290	Diametro exterior propuesto
			dill	270	dep-20	Diametro exterior de la llanta
			di	95	95	diametro interior
			decpr	105	di+10	Diametro exterior del cubo pr.
			da	72.5	$((dill-decp)/2)-10$	Diametro de los agujeros
			es	32	32	Espesor del separador
			h	8	8	Espesor de la garganta
			ex1	12	$(es-h)/2$	Vaciado1 de la garganta
			ex2	12	ex1	vaciado2 de la garganta
			dca	187.5	$decpr+(dill-decp)/2$	Entre centro de los agujeros
			exa	8	h	Extrusion del agujero
			Masa	3.6	$7850*3.141519/4*...$	Masa del separador
			n	7.92	$3.14*dca/da-0.2$	Numero de agujeros
			msa	1.81	1.81	Masa del separador actual
U	I		I	34.06	$(Masa-msa)*19$	Incremento de masa total

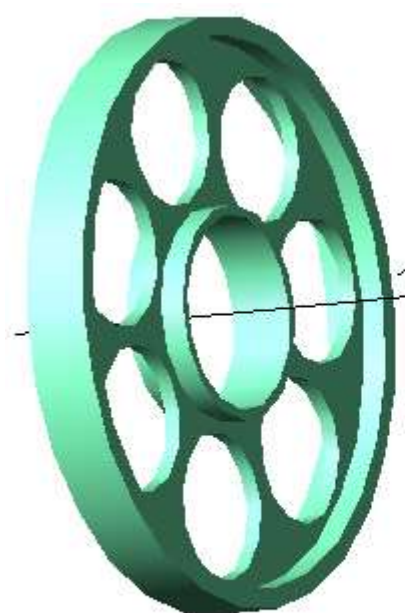
Table Driven (T) | Active Version: | Setup... | Move to Global: Selected | Referenced | All | Table Driven File Name: | Aceptar | Cancelar | Ayuda

Design Variables

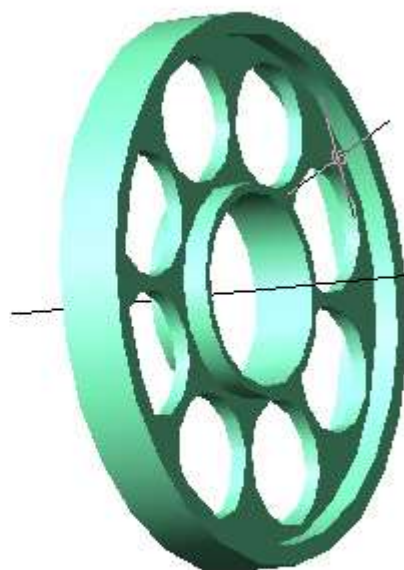
Active Part | Global

T	D	U	Name	Value	Equation	Comment
			dep	270	270	Diametro exterior propuesto
			dill	250	dep-20	Diametro exterior de la llanta
			di	95	95	diametro interior
			decpr	105	di+10	Diametro exterior del cubo pr.
			da	62.5	$((dill-decp)/2)-10$	Diametro de los agujeros
			es	32	32	Espesor del separador
			h	8	8	Espesor de la garganta
			ex1	12	$(es-h)/2$	Vaciado1 de la garganta
			ex2	12	ex1	vaciado2 de la garganta
			dca	177.5	$decpr+(dill-decp)/2$	Entre centro de los agujeros
			exa	8	h	Extrusion del agujero
			Masa	3.31	$7850*3.141519/4*...$	Masa del separador
			n	8.72	$3.14*dca/da-0.2$	Numero de agujeros
			msa	1.81	1.81	Masa del separador actual
U	I		I	26.42	$(Masa-msa)*19$	Incremento de masa total

Table Driven (T) | Active Version: | Setup... | Move to Global: Selected | Referenced | All | Table Driven File Name: | Aceptar | Cancelar | Ayuda



Acero, dep=290mm, I=34,06Kg



Acero, dep=270mm, I=28,42Kg

[Figura 3.14: Variantes obtenidas de acero

Estas variantes no fueron viables pues traen consigo incrementos de masa significativos con respecto a los del rotor original y por consiguiente, un aumento de la velocidad crítica considerable.

Design Variables

Active Part: Global

T	D	U	Name	Value	Equation	Comment
			dep	290	290	Diametro exterior propuesto
			dill	270	dep-20	Diametro exterior de la llanta
			di	95	95	diametro interior
			decpr	120	di+25	Diametro exterior del cubo pr.
			da	0	0	Diametro de los agujeros
			es	32	32	Espesor del separador
			h	10	10	Espesor de la garganta
			ex1	11	(es-h)/2	Vaciado1 de la garganta
			ex2	11	ex1	vaciado2 de la garganta
			dca	195	decpr+(dill-decpr)/2	Entre centro de los agujeros
			exa	10	h	Extrusion del agujero
			Masa	2.37	2710*3.141519/4*...	Masa del separador
			n	0	0	Numero de agujeros
			msa	1.81	1.81	Masa del separador actual
U	I			10.72	(Masa-msa)*19	Incremento de masa total

Table Driven (T) Active Version: Setup...

Move to Global:

Table Driven File Name:

Design Variables

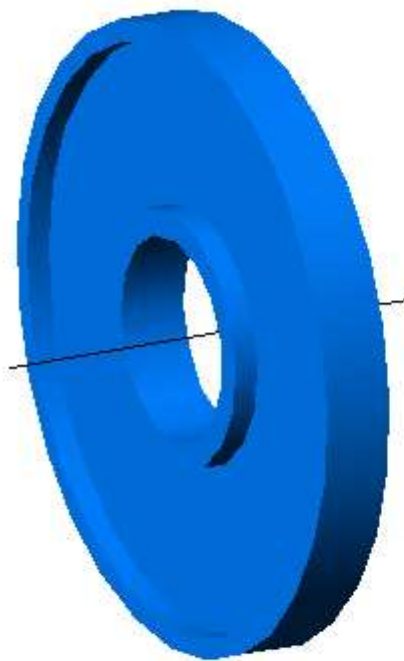
Active Part: Global

T	D	U	Name	Value	Equation	Comment
			dep	270	270	Diametro exterior propuesto
			dill	250	dep-20	Diametro exterior de la llanta
			di	95	95	diametro interior
			decpr	120	di+25	Diametro exterior del cubo pr.
			da	0	0	Diametro de los agujeros
			es	32	32	Espesor del separador
			h	10	10	Espesor de la garganta
			ex1	11	(es-h)/2	Vaciado1 de la garganta
			ex2	11	ex1	vaciado2 de la garganta
			dca	165	decpr+(dill-decpr)/2	Entre centro de los agujeros
			exa	10	h	Extrusion del agujero
			Masa	2.1	2710*3.141519/4*...	Masa del separador
			n	0	0	Numero de agujeros
			msa	1.81	1.81	Masa del separador actual
U	I			5.47	(Masa-msa)*19	Incremento de masa total

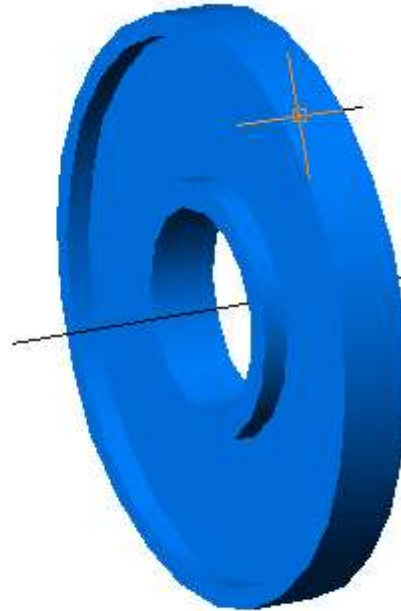
Table Driven (T) Active Version: Setup...

Move to Global:

Table Driven File Name:



Aluminio, dep=290mm, I=10,72Kg



Aluminio, dep=270mm, I=5,47Kg

Figura 3.15: Variantes obtenidas de aluminio

3.3.2-Cálculo de las tensiones para la primera variante seleccionada

En la figura 3.16 se observa que las tensiones volumétricas son pequeñas comparadas con las calculadas en el rotor que se encuentra en explotación ya que las tensiones se reducen a la mitad 98,3 MPa, alejándose en gran medida del límite de fluencia.

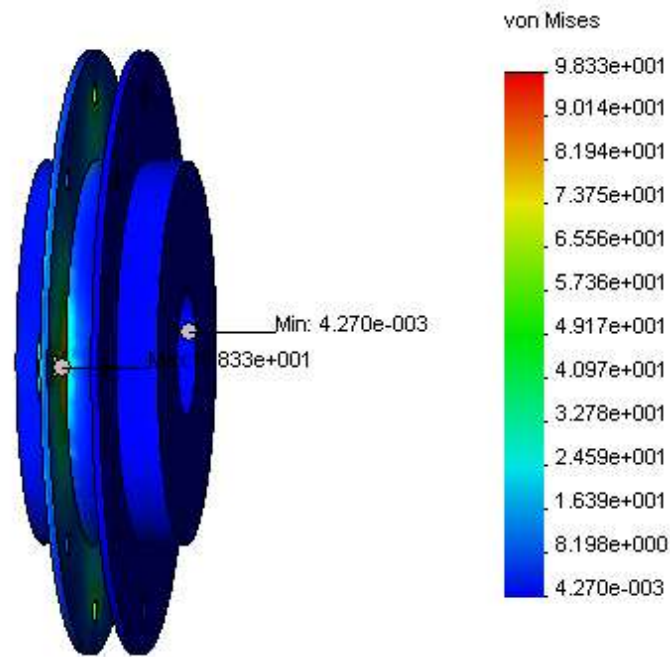


Figura 3.16: Tensiones bajo las mismas condiciones de carga que el rotor en explotación, escala 5:1

3.3.2-Cálculo de los desplazamientos para la primera variante seleccionada

Apreciándose la figura 3.17, se observa que los desplazamientos se reducen con respecto a los calculados en el rotor que se encuentra en explotación hasta en 7,7 veces.

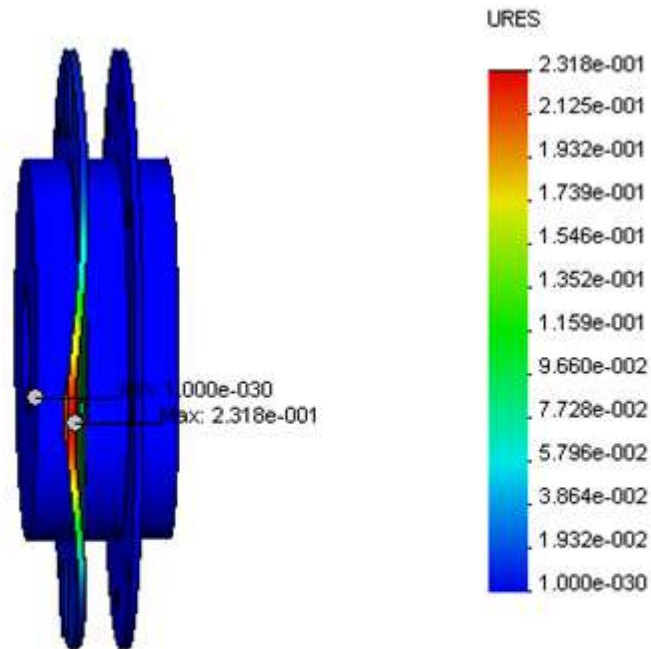


Figura 3.17: Desplazamientos bajo las mismas condiciones de carga que el rotor en explotación, escala 60:1

3.3.3- Cálculo de las tensiones locales y volumétricas para la segunda variante seleccionada.

La figura 3.18 determina que las tensiones volumétricas son considerablemente menores a las calculadas en el rotor que se encuentra en explotación pues se reducen aproximadamente en 1,6; pero con respecto a la primera variante aumentan las tensiones en 1,27 veces.

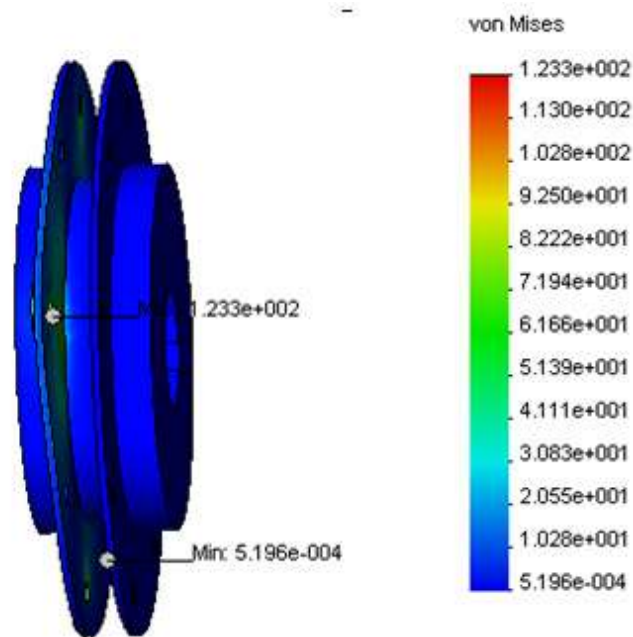


Figura 3.18: Tensiones bajo las mismas condiciones de carga que el rotor en explotación

3.3.4-Cálculo de los desplazamientos para la segunda variante seleccionada.

Así, en la figura 3.17 los desplazamientos se reducen con respecto a los calculados en el rotor que se encuentra en explotación hasta en 7,5 veces; con respecto a la primera variante resulta despreciable el incremento.

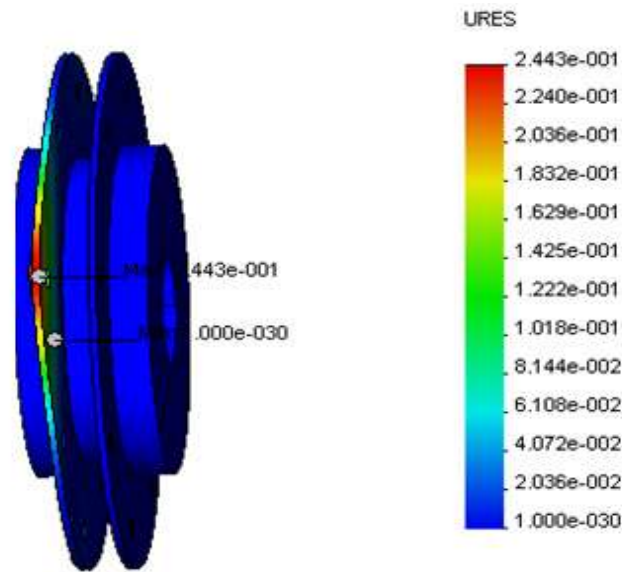


Figura 3.19: Cálculo de los desplazamientos bajo las mismas condiciones de carga que el rotor en explotación

3.3.5-Cálculo de la velocidad crítica para las variantes seleccionadas.

Se realizan los cálculos para velocidad crítica a las dos variantes de aluminio seleccionadas y se puede apreciar que el incremento no es significativo pues se mantiene alejado del rango peligroso de operación del equipo, ver Anexos 6 y 7.

3.3.6-Conclusiones del Capítulo III.

1. Las tensiones volumétricas (figura 3.5) y los desplazamientos (figura 3.12) en el rotor en explotación son tan altas que originan grandes deformaciones plásticas trayendo consigo que el conjunto entre en estado inestable de operación en cortos períodos de tiempo.
2. Las variantes de separadores de acero no pueden ser utilizadas al no ser posible reducir los incrementos de masa a los rangos deseados.
3. La primera variante calculada tiene mayor aceptación ya que reduce las tensiones volumétricas de los platillos 25 MPa más que la segunda.
4. No es significativo el incremento (5,2Kg) que introduce la diferencia de masa entre una variante y otra en los valores de la velocidad crítica, puesto que se mantiene fuera del rango peligroso de operación.

Conclusiones generales

1. El tipo de vibración que mayor influencia presenta en la aparición del estado inestable del molino es el desbalance, el que genera otras vibraciones como el aflojamiento mecánico haciendo más notable los defectos de los rodamientos, lubricantes y sistemas de lubricación inadecuados.
2. Los cálculos de las reacciones en los apoyos, de las deformaciones y los desplazamientos demuestran que el diámetro de los separadores es pequeño en comparación con el del platillo para soportar las cargas actuantes.
3. Los resultados de los cálculos de velocidad crítica pueden diferir de la velocidad crítica real producto del deterioro gradual del balanceo del conjunto rotor debido a las deformaciones y los desplazamientos que se originan en los platillos.
4. De las variantes analizadas se propone el separador de aluminio con diámetro exterior 290 mm teniendo en cuenta que desde el punto de vista económico no es significativo el gasto de materiales ya que los separadores no sufren desgaste alguno, por lo que se fabrican sólo una vez y desde el punto de vista mecánico, reduce las deformaciones en 25 MPa.
5. La existencia de grandes holguras radiales y axiales en los elementos móviles del conjunto influyen de forma directa en la aparición de masas en desbalances.
6. La colocación de separadores en los ejes libres con una mínima holgura radial y axial contribuiría en gran medida a mantener las propiedades mecánicas en el conjunto.
7. El sistema de lubricación no es el adecuado para las condiciones de trabajo del equipo.

Recomendaciones

1. Construir separadores según la variante calculada y sustituir los existentes.
2. Disminuir las holguras de los martillos y sus separadores con respecto a los ejes portamartillos y platillos soporte con el objetivo de minimizar las masas en desbalances y la fuerza de impacto en z.
3. Colocar entredós en los ejes libres para aumentar la resistencia de los platillos a las deformaciones.
4. Sustituir el sistema de lubricación por grasa por un sistema de lubricación por inyección de aceite.

BIBLIOGRAFÍA

1. Armero, F., Glaser, S. On the formulation of enhanced strain finite elements in finite deformations. Engineering Computations 1997.
2. Babuska, I., Rheinboldt, W. A. Posteriori error estimates for the Finite Element Method. International Journal for Numerical Methods in Engineering 1978.
3. Barthold, F., Schmidt, M., Stein, E. Error indicators and mesh refinements for finite-element-computations of elastoplastic deformations. Computational Mechanics. 1998.
4. Cabello Eras, J. J. "Cinemática, transmisión de la carga, lubricación y resistencia superficial de las coronas de molinos de caña de azúcar". Tesis doctoral. Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba. 1999.
5. Cabello-Ulloa, M. J., Cabello-Eras, J. J., Moya-Rodríguez, J., Goytisolo-Espinosa, R., Velásquez-Pérez, J. A., & Mestizo-Cerón, J. R. (2011). Modelación matemática del funcionamiento de las coronas de molinos considerando la flotación de la maza superior. Ingeniería Mecánica, 14(3), 209-220.
6. Becker, A. Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis. University of Nottingham. United Kingdom, 1999.
7. Bedford, A., Fowler, W. Engineering Mechanics. Statics. Third Edition. New Jersey: Prentice Hall. 2002.
8. Birger I.A., Shorr B.F., Shneiderovich R.M. Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1966.
9. CALFEM. A Finite Element Toolbox for matlab. Department of Mechanics and Materials. Tomado de : <http://www.byggmek.ith.se/Calfem/>.Lund University.enero 2002.
10. Cernuschi, D. J., Elementos Finitos. Ejemplo de aplicación. Consideraciones sobre el uso de los Elementos Finitos. <http://www.unlp.edu.ar/estruc3b/mefa.pdf>. Agosto 2003.
11. Chandrupatla, T., Belengundu, A. Introduction to Finite Elements in Engineering. Prentice Hall. USA. 1997.
12. Dobrovolski V. Elementos de Máquinas. La habana: CENIC, 1990.--449 p.
13. De los Ríos, O. J. A., & Eras, J. J. C. (2006). Estudio sobre la resistencia y

- rigidez de ejes huecos. *Scientia et technica*, 1(30), 219-224.
14. Faíres V.M./ *Design of Machina Elements* . La Habana: Editorial Edición Revolucionaria, 1966.-- 276 p.
 15. Felippa, Carlos A. *Introduction to Finite Elements Methods/ Carlos A. Felippa*.—Colorado: University of Colorado, 2001.-- 586 p.
 16. Feodosiev V.I. *Diez conferencias sobre Resistencia de Materiales*. Moscú: Editorial MIR, 1993.
 17. Fernández Levy, Gilda S. *Resistencia de Materiales*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.
 18. Fitzgerald F. *Mecánica de Materiales*. México: Editorial Alfa Omega S.A. de C.V., 1996.
 19. Fogiel M. *Problem Solver in Strength of Materials and Mechanics of Solids*. New Jersey: Editorial REA, 1988.
 20. Gabaldón, F., Goicolea, J. M. Estimación de error en problemas no lineales mediante elementos de deformaciones supuestas. E.T.S. Ingenieros de Caminos. Canales y Puertos Universidad Politécnica de Madrid.1999.
 21. Goytisoló, R. Análisis y solución de la Avería del molino de Planta de Plástico Mixto de Cienfuegos. *Revista Ingeniería Mecánica: (Cienfuegos)* 8 (3): 51-58, 2005.
 22. Gómez Rodríguez, V., Goytizolo Espinosa, R., & J Cabello Eras, J. (2012). Optimización de las dimensiones radiales en el diseño de cilindros oleohidráulicos.//Radial dimension optimization in oleohydraulic cylinders design. *Ingeniería Mecánica*, 5(3), 15-17
 23. Hall A, Holowenko A, Laughlin H. *Diseño de Máquinas*. Madrid: Editorial. Dossat, 1971.
 24. Hernández Herrera H et al. “Cálculo de tensiones en uniones soldadas con costuras de filete asimétricas sometidas a flexión”. *Ingeniería Mecánica*. Vol. 7 No 3. pp 53-58. 2004.
 25. Hernández Herrera H et al. “Nueva expresiones para el cálculo a torsión de costuras soldadas de filete de configuración compleja”. *Ingeniería Mecánica*. Vol. 3. pp 7-14. 2004.
 26. Hernandez Perez Osdíel. Influencia del alabeo y la torsión restringida en la magnitud de las tensiones para unions soldadas a tope con configuración

- geométrica compleja sometidos a torsión; Rafael Goytisol Espinosa, Tutor.—Trabajo de diploma.UCf (Cf), 2006.---81hojas.
27. Martínez, G., González, C. Aplicación del Método de Elementos Finitos para el análisis y diseño de fijadores externos con transportación ósea. Boletín técnico IMME. Volumen.40 n° 2. 2002.- 37 p.
 28. Microsoft ® Encarta ® 2006. © 1993-2005 Microsoft Corporation.
 29. Mischke, Ch. Introducción al Diseño Auxiliado por Computadora/ Ch. Mischke.-- Mexico: Hnos Herrero, 1971. -- 465 p.
 30. Orlov, P. Ingeniería de Diseño. Moscú: Editorial Mir, 1974.
 31. Reshetov, D. Elementos de Máquinas. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1985.-- 548 p.
 32. Shigley, J. E.; Mitchell, L. D./ Diseño en Ingeniería Mecánica./ México: Editorial Mc Graw Hill, 1985.
 33. Spotts, M. F. Design of Machine Elements. PRENTICE-HALL,INC, 1961.—127 p.
 34. Timoshenko, S.; Young, D. H./ Problemas de Vibración en Ingeniería./ La Habana: Edición Revolucionaria,1966. p 331-337.
 35. Videla, L. Análisis, diseño y construcción de fijadores externos por el Método de los Elementos Finitos. Trabajo de Grado. U.C.V. Caracas 1997.

Anexo 1

